

Ερώτημα: Είναι το C διατεταγμένο;

Όχι γιατί για $i \in C, i \neq 0$ έχουμε: $i^2 = -1 < 0$

Μεταξύ των θεμάτων των πανελληνίων εξετάσεων του 2010, ήταν το ακόλουθο:

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $z + \frac{2}{z} = 2$ όπου $z \in \mathbb{C}$ με $z \neq 0$

B1. Να βρείτε τις ρίζες z_1 και z_2 της εξίσωσης.

Μονάδες 7

B2. Να αποδείξετε ότι

$$z_1^{2010} + z_2^{2010} = 0$$

Μονάδες 6

B3. Αν για τους μιγαδικούς αριθμούς w ισχύει

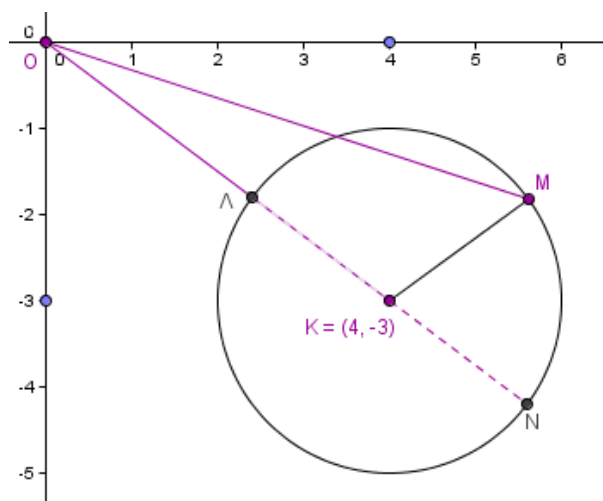
$$|w - 4 + 3i| = |z_1 - z_2|$$

τότε να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των εικόνων των w στο μιγαδικό επίπεδο.

Μονάδες 7

B4. Για τους μιγαδικούς αριθμούς w του ερωτήματος **B3**, να αποδείξετε ότι $3 \leq |w| \leq 7$

Μονάδες 5



B3

Οι εικόνες των μιγαδικών w , ικανοποιούν την σχέση:

$$|w - (4 - 3i)| = 2$$

B4

Οι μιγαδικοί w , βρίσκονται σε κύκλο με κέντρο το σημείο $K(4, -3)$ και ακτίνα 2.

Εφαρμόζοντας την τριγωνική ανισότητα στο OMK , έχουμε:

$$|(OK) - (KM)| \leq (OM) \leq (OK) + (KM)$$

$$\text{ή } |5 - 2| \leq |w| \leq 5 + 2 \text{ ό.έ.δ.}$$